

## Soluzioni ed errori ricorrenti dei problemi

### 1) Un viaggio in aereo

La prima idea risolutiva per tale problema è frequentemente quella di utilizzare la media aritmetica, ovvero di calcolare

$$v = \frac{932 + 856}{2} = 894 \text{ Km/h}$$

In tale situazione non è sempre semplice riuscire a spiegare allo studente dove è l'errore commesso. Può essere opportuno "esasperare" il problema assegnando valore 0 alla velocità media del ritorno, il che significa ammettere implicitamente di non ritornare; in tal caso appare evidente che la media aritmetica, conservando i totali dei valori da sintetizzare, non risolve il problema. L'insegnante condurrà allora gli studenti ponendo loro la domanda: nell'andata quanti Km si sono percorsi? E quanti nel ritorno? Come si può allora esprimere la velocità del "sistema" andata ritorno? E' ragionevole ammettere che il numero dei Km percorsi nell'andata e nel ritorno sia identico? Se sì, qual è la formulazione teorica che risolve il problema? Se no, il problema ha soluzione? L'insegnante può utilmente avvalersi del calcolo letterale, guidando gli studenti alla soluzione corretta che consiste nell'utilizzo della media armonica ( $\alpha$ ). Tale media può essere formalizzata in collegamento con il nucleo Numeri, algoritmi e strutture. Si avrà pertanto, ammettendo uguali i Km percorsi nell'andata e nel ritorno:

$$\alpha = \frac{2}{\frac{1}{v_A} + \frac{1}{v_B}}$$

## **2) Quando conviene fare pubblicità?**

Una lettura non sufficientemente attenta della distribuzione statistica potrebbe indurre gli studenti a calcolare la media aritmetica delle frequenze. L'insegnante ricorda il significato rispettivamente delle modalità e delle frequenze e conduce gli studenti ad individuare, come risposta al problema proposto, la moda. Essa in questo caso è il mercoledì, il giorno della settimana con la massima frequenza di ascolto.

### 3) In un processo produttivo

L'insegnante invita gli studenti a cogliere il senso del problema. La prima macchina in origine quanto deve rendere? Se la risposta è 100 pezzi, effettuata la lavorazione, quanto ha reso? Se si danno 90 pezzi alla seconda macchina quanti pezzi si ottengono? Se si immettono 72 pezzi nella terza ed ultima macchina quanti pezzi si hanno? Dunque da 100 pezzi teorici si ottengono in realtà, con l'intervento in serie delle 3 macchine, 21,6 pezzi.

Il problema è allora di trovare tre macchine tutte con la stessa resa che diano alla fine dei tre passaggi 21,6 pezzi. Il percorso logico può essere coadiuvato da una semplice schematizzazione formale che, indicando con  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  la resa percentuale di ciascuna macchina, porta a concludere che quando è necessario mantenere il risultato di un prodotto la media idonea è quella geometrica ( $\gamma$ ).

$$\gamma = \sqrt[3]{r_1 r_2 r_3}$$

#### **4) Una pagella meritevole?**

Poiché in questo caso va rispettata la somma dei punteggi ottenuti, la sintesi corretta è la media aritmetica. È da far notare un errore che gli studenti potrebbero commettere: calcolare le medie parziali dell'area umanistica (Italiano, Storia, Geografia, Lingua Inglese), scientifica (Scienze, Matematica) e di Educazione Fisica e poi fare la media semplice delle medie.

Riflettere su ciò può essere didatticamente efficace perché dà l'opportunità di offrire un esempio di operazione non associativa. Infatti nel fare una media di medie parziali occorre tener conto di quante sono le unità statistiche che ciascuna media parziale sintetizza (collegamento con Numeri, algoritmi e strutture).

### **5) Borsa di studio: sì o no?**

Questo problema non dovrebbe creare eccessive difficoltà per convincere gli studenti ad utilizzare la media aritmetica ponderata. Nel caso in cui qualcuno commettesse l'errore di trascurare il credito si potrebbe proporre al solito un esempio "estremo": una valutazione di 30/30 in un esame con 3 crediti e una valutazione di 30/30 in un esame con 10 crediti può contare allo stesso modo? Evidentemente no!

Una situazione simile potrebbe essere il calcolo della media aritmetica con valori ripetuti (per esempio i voti conseguiti da una classe di studenti in un compito di matematica)

## **6) Si può essere promossi avendo preso zero?**

Quale dei valori medi utilizzati nei casi precedenti potrebbe andar bene in questo esempio?

Dalla discussione dovrebbe emergere che ciò che si vuole è che, quando si presenta uno zero, la sintesi si annulli. Dunque occorre utilizzare un valore medio fondato sul prodotto. È forse la media geometrica la soluzione del problema posto? Essa in effetti è l'unica media che, assumendo in tal caso il valore 0, consente di escludere uno studente che abbia riportato un punteggio nullo in almeno una delle quattro materie.

## **7) Quale punteggio per un premio?**

In questo caso l'indice di sintesi da utilizzare è la mediana. Il calcolo della mediana richiede l'introduzione del concetto di posto in una graduatoria.

Per individuare la mediana occorre:

- 1) ordinare le unità statistiche secondo le modalità del carattere,
- 2) far corrispondere ad ogni unità il proprio numero d'ordine,
- 3) trovare il numero d'ordine centrale (ossia quello che sta al centro della graduatoria),
- 4) individuare la modalità che corrisponde al numero d'ordine centrale.

Nell'esempio g la mediana si ottiene ordinando i punteggi e leggendo il valore corrispondente all'undicesimo punteggio. E se il numero degli studenti fosse stato pari?